Übung 4: Minimale DFAs

Theoretische Informatik Sommersemester 2013

Markus Kaiser

July 2, 2013

Definition (Äquivalente Worte)

Jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ induziert eine Äquivalenzrelation $\equiv_L \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$:

$$u \equiv_L v \iff (\forall w \in \Sigma^*. uw \in L \Leftrightarrow vw \in L)$$

Definition (Äquivalente Zustände)

Zwei Zustände im DFA A sind äquivalent wenn sie die selbe Sprache akzeptieren.

$$p \equiv_A q \iff \left(\forall w \in \Sigma^*. \hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q, w) \in F\right)$$

Äquivalenzen

Definition (Äquivalente Worte)

Jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ induziert eine Äquivalenzrelation $\equiv_L \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$:

$$u \equiv_L v \iff (\forall w \in \Sigma^*. uw \in L \Leftrightarrow vw \in L)$$

Definition (Äquivalente Zustände)

Zwei Zustände im DFA A sind äquivalent wenn sie die selbe Sprache akzeptieren.

$$p \equiv_A q \iff \left(\forall w \in \Sigma^*. \hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q, w) \in F\right)$$

Unterscheidbare Zustände

Definition (Unterscheidbarkeit)

Zwei Zustände sind unterscheidbar, wenn sie unterschiedliche Sprachen akzeptieren.

$$p \not\equiv_A q \iff \left(\exists w \in \Sigma^*. \hat{\delta}(p, w) \in F \land \hat{\delta}(q, w) \notin F\right)$$

Satz

Sind $\delta(p, a)$ und $\delta(q, a)$ unterscheidbar, dann auch p und q.

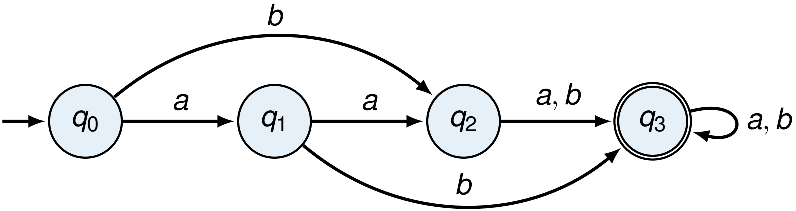
Definition (Unterscheidbarkeit)

Zwei Zustände sind unterscheidbar, wenn sie unterschiedliche Sprachen akzeptieren.

$$p \not\equiv_A q \iff \left(\exists w \in \Sigma^*. \hat{\delta}(p, w) \in F \land \hat{\delta}(q, w) \notin F\right)$$

Satz

Sind $\delta(p, a)$ und $\delta(q, a)$ unterscheidbar, dann auch p und q.



Unterscheidbare Zustände

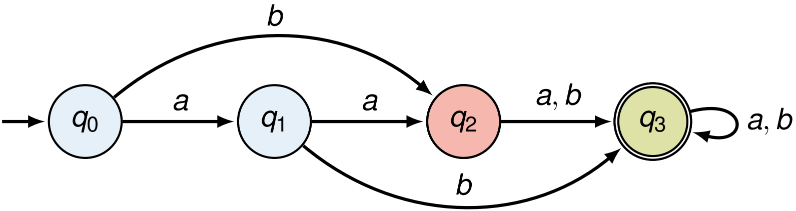
Definition (Unterscheidbarkeit)

Zwei Zustände sind unterscheidbar, wenn sie unterschiedliche Sprachen akzeptieren.

$$p \not\equiv_A q \iff \left(\exists w \in \Sigma^*.\hat{\delta}(p, w) \in F \wedge \hat{\delta}(q, w) \notin F\right)$$

Satz

Sind $\delta(p, a)$ und $\delta(q, a)$ unterscheidbar, dann auch p und q.



Unterscheidbare Zustände

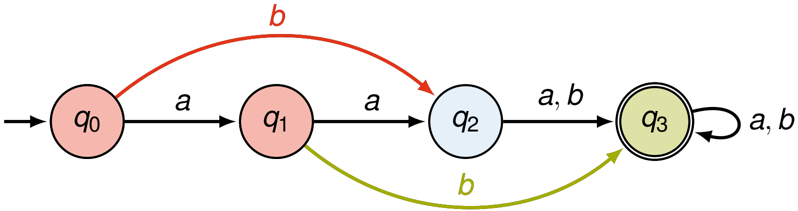
Definition (Unterscheidbarkeit)

Zwei Zustände sind unterscheidbar, wenn sie unterschiedliche Sprachen akzeptieren.

$$p \not\equiv_A q \iff \left(\exists w \in \Sigma^*. \hat{\delta}(p, w) \in F \land \hat{\delta}(q, w) \notin F\right)$$

Satz

Sind $\delta(p, a)$ und $\delta(q, a)$ unterscheidbar, dann auch p und q.



DFA minimieren

Idee

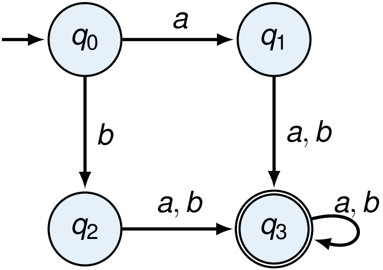
Erzeuge den Quotientenautomaten.

1. Entferne alle von q_0 nicht erreichbaren Zustände
2. Berechne die unterscheidbaren Zustände
3. Kollabiere die äquivalenten Zustände

Idee

Erzeuge den Quotientenautomaten.

1. Entferne alle von q_0 nicht erreichbaren Zustände
2. Berechne die unterscheidbaren Zustände
3. Kollabiere die äquivalenten Zustände

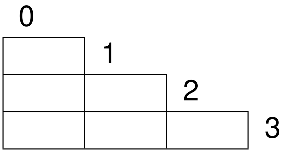


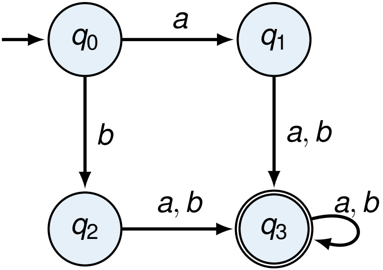
DFA minimieren

Idee

Erzeuge den Quotientenautomaten.

1. Entferne alle von q_0 nicht erreichbaren Zustände
2. Berechne die unterscheidbaren Zustände
3. Kollabiere die äquivalenten Zustände





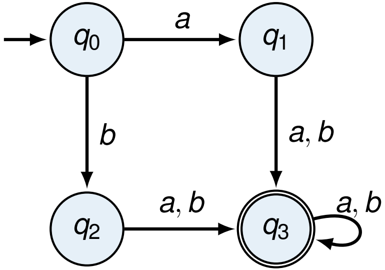
DFA minimieren

Idee

Erzeuge den Quotientenautomaten.

1. Entferne alle von q_0 nicht erreichbaren Zustände
2. Berechne die unterscheidbaren Zustände
3. Kollabiere die äquivalenten Zustände

	0	1	2
1			
2			
3	×	×	×



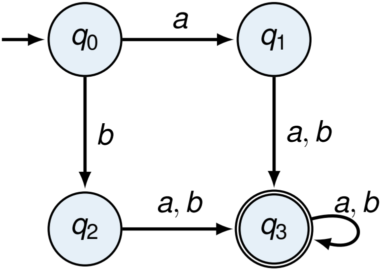
DFA minimieren

Idee

Erzeuge den Quotientenautomaten.

1. Entferne alle von q_0 nicht erreichbaren Zustände
2. Berechne die unterscheidbaren Zustände
3. Kollabiere die äquivalenten Zustände

	0	1	2
1	$1/a$		
2	$1/a$		
3	×	×	×



DFA minimieren

Idee

Erzeuge den Quotientenautomaten.

1. Entferne alle von q_0 nicht erreichbaren Zustände
2. Berechne die unterscheidbaren Zustände
3. Kollabiere die äquivalenten Zustände

	0	1	2
1	1/a		
2	1/a		
3	×	×	×