Übung 8: Turingmaschinen

Theoretische Informatik Sommersemester 2013

Markus Kaiser

July 2, 2013

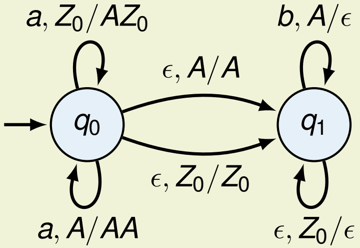
Definition (Kellerautomat)

Ein PDA (Push-Down-Automaton) ist ein Tupel $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ aus einer/einem

- Übergangsfunktion $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \to P(Q \times \Gamma^*)$

Beispiel

PDA akzeptierend mit leerem Keller zu $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.



Definition (Turingmaschine)

Eine deterministische Turingmaschine (TM) ist ein Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, F)$ aus einer/einem

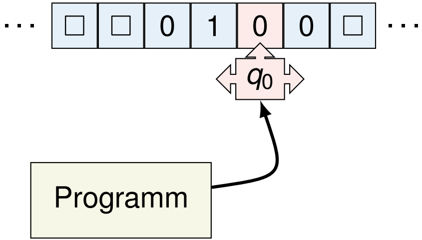
- endlichen Menge von Zuständen Q
- endlichen Eingabealphabet Σ
- endlichen Bandalphabet Γ mit $\Sigma \subset \Gamma$
- Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$
- Startzustand $q_0 \in Q$
- Leerzeichen $\square \in \Gamma \setminus \Sigma$
- Menge von Endzuständen $F \subseteq Q$

Definition (Turingmaschine)

Eine deterministische Turingmaschine (TM) ist ein Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, F)$ aus einer/einem

- Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$

$$\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, R)$$

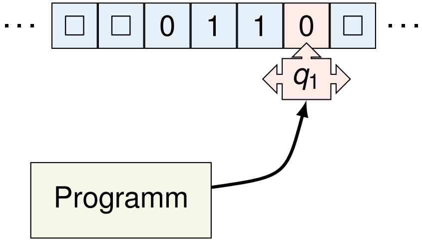


Definition (Turingmaschine)

Eine deterministische Turingmaschine (TM) ist ein Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, F)$ aus einer/einem

- Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$

$$\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, R)$$



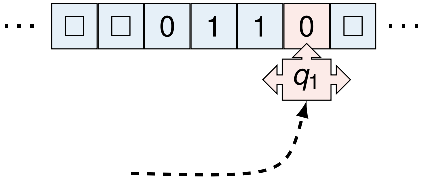
Definition (Konfiguration)

Eine Konfiguration ist ein Tripel $(\alpha, q, \beta) \in \Gamma^* \times Q \times \Gamma^*$.
Dies modelliert eine TM mit:

- Bandinhalt $\ldots \Box \alpha\beta \Box \ldots$
- Zustand q
- Kopf auf dem ersten Zeichen von $\beta\Box$

Die Startkonfiguration bei Eingabe $w \in \Sigma^*$ ist (ϵ, q_0, w).

$$(011, q_1, 0)$$



Definition (Konfiguration)

Eine Konfiguration ist ein Tripel $(\alpha, q, \beta) \in \Gamma^* \times Q \times \Gamma^*$.
Dies modelliert eine TM mit:

- Bandinhalt $\ldots \Box\alpha\beta\Box \ldots$
- Zustand q
- Kopf auf dem ersten Zeichen von $\beta\Box$

Die Startkonfiguration bei Eingabe $w \in \Sigma^*$ ist (ϵ, q_0, w).

Definition (Akzeptanz)

Eine TM M akzeptiert die Sprache

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists f \in F, \alpha, \beta \in \Gamma^*. (\epsilon, q_0, w) \to_M^* (\alpha, f, \beta)\}$$

Nichtdeterministische TM

Definition (Nichtdeterministische Turingmaschine)

Eine nichtdeterministische Turingmaschine (TM) ist ein Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, F)$ aus einer/einem

- ...
- Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L, R, N\})$
- ...

Satz

Zu jeder nichtdeterministischen TM N gibt es eine deterministische TM M mit $L(N) = L(M)$.