

Übung 2: Konversion RE \rightarrow DFA

Theoretische Informatik Sommersemester 2013

Markus Kaiser

July 11, 2013

Definition (Regulärer Ausdruck)

Reguläre Ausdrücke sind induktiv definiert

- \emptyset ist ein regulärer Ausdruck
- ϵ ist ein regulärer Ausdruck
- Für alle $a \in \Sigma$ ist a ein regulärer Ausdruck
- Sind α und β reguläre Ausdrücke, dann auch

Konkatenation $\alpha\beta$

Veroderung $\alpha \mid \beta$

Wiederholung α^*

Analoge Sprachdefinition, z.b. $L(\alpha\beta) = L(\alpha)L(\beta)$

Beispiel

$$\alpha = (0|1)^*00$$

$$L(\alpha) = \{x \mid x \text{ Binärzahl, } x \bmod 4 = 0\}$$

Idee (Kleene)

Für einen Ausdruck γ wird rekursiv mit struktureller Induktion ein ϵ -NFA konstruiert.

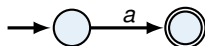
$$\gamma = \emptyset$$



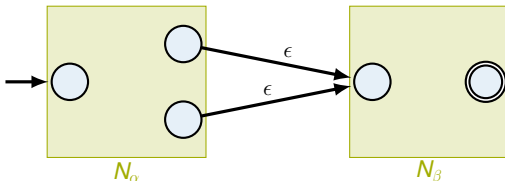
$$\gamma = \epsilon$$



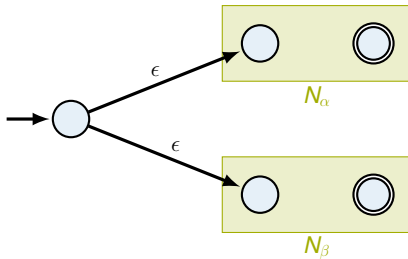
$$\gamma = a \in \Sigma$$



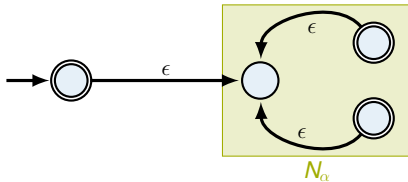
$$\gamma = \alpha\beta$$



$$\gamma = \alpha \mid \beta$$



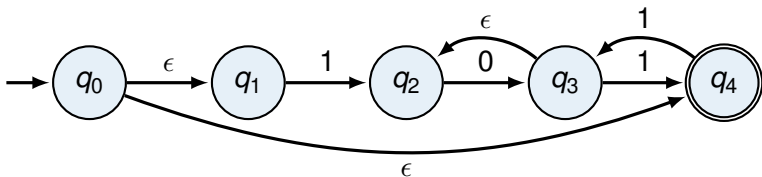
$$\gamma = \alpha^*$$



Idee

Entferne ϵ -Kanten durch das Bilden von ϵ -Hüllen.

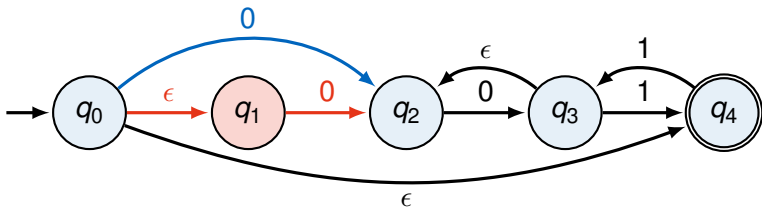
- 1 Entferne **unnötige Knoten**.
- 2 Für jeden **Pfad** der Form $\epsilon \dots \epsilon a \epsilon \dots \epsilon$ verbinde Anfangs- und Endknoten mit einer **a -Kante**.
- 3 Entferne alle **ϵ -Kanten** und unerreichbare Knoten.
- 4 Wurde das leere Wort akzeptiert mache den **Anfangszustand** zum Endzustand.



Idee

Entferne ϵ -Kanten durch das Bilden von ϵ -Hüllen.

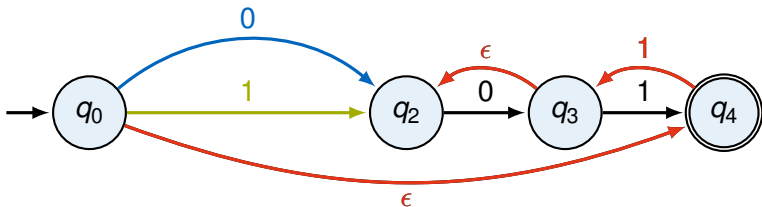
- 1 Entferne **unnötige Knoten**.
- 2 Für jeden **Pfad** der Form $\epsilon \dots \epsilon a \epsilon \dots \epsilon$ verbinde Anfangs- und Endknoten mit einer **a -Kante**.
- 3 Entferne alle **ϵ -Kanten** und unerreichbare Knoten.
- 4 Wurde das leere Wort akzeptiert mache den **Anfangszustand** zum Endzustand.



Idee

Entferne ϵ -Kanten durch das Bilden von ϵ -Hüllen.

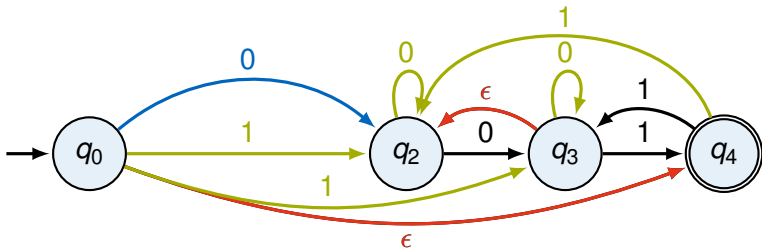
- 1 Entferne **unnötige Knoten**.
- 2 Für jeden **Pfad** der Form $\epsilon \dots \epsilon a \epsilon \dots \epsilon$ verbinde Anfangs- und Endknoten mit einer **a -Kante**.
- 3 Entferne alle ϵ -Kanten und unerreichbare Knoten.
- 4 Wurde das leere Wort akzeptiert mache den **Anfangszustand** zum Endzustand.



Idee

Entferne ϵ -Kanten durch das Bilden von ϵ -Hüllen.

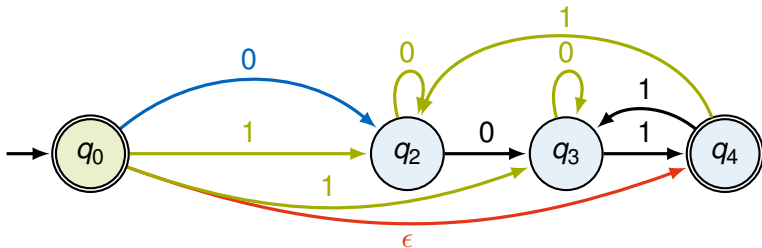
- 1 Entferne **unnötige Knoten**.
- 2 Für jeden **Pfad** der Form $\epsilon \dots \epsilon a \epsilon \dots \epsilon$ verbinde Anfangs- und Endknoten mit einer **a -Kante**.
- 3 Entferne alle **ϵ -Kanten** und unerreichbare Knoten.
- 4 Wurde das leere Wort akzeptiert mache den **Anfangszustand** zum Endzustand.



Idee

Entferne ϵ -Kanten durch das Bilden von ϵ -Hüllen.

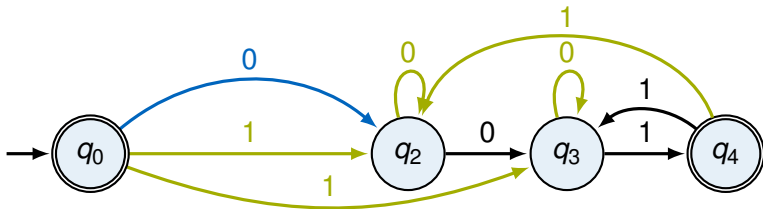
- 1 Entferne **unnötige Knoten**.
- 2 Für jeden **Pfad** der Form $\epsilon \dots \epsilon a \epsilon \dots \epsilon$ verbinde Anfangs- und Endknoten mit einer **a -Kante**.
- 3 Entferne alle **ϵ -Kanten** und unerreichbare Knoten.
- 4 Wurde das leere Wort akzeptiert mache den **Anfangszustand** zum Endzustand.



Idee

Entferne ϵ -Kanten durch das Bilden von ϵ -Hüllen.

- 1 Entferne **unnötige Knoten**.
- 2 Für jeden **Pfad** der Form $\epsilon \dots \epsilon a \epsilon \dots \epsilon$ verbinde Anfangs- und Endknoten mit einer **a -Kante**.
- 3 Entferne alle **ϵ -Kanten** und unerreichbare Knoten.
- 4 Wurde das leere Wort akzeptiert mache den **Anfangszustand** zum Endzustand.



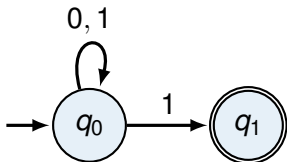
Idee (Potenzmengenkonstruktion)

Konstruiere aus einem NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ einen DFA $D = (P(Q), \Sigma, \bar{\delta}, \{q_0\}, F_M)$ mit Zuständen aus $P(Q)$.

- $\bar{\delta} : P(Q) \times \Sigma \rightarrow P(Q)$

$$\bar{\delta}(S, a) := \bigcup_{q \in S} \delta(q, a)$$

- $F_M := \{S \subseteq Q \mid S \cap F \neq \emptyset\}$



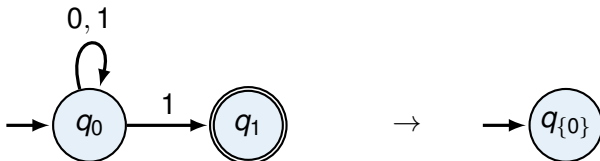
Idee (Potenzmengenkonstruktion)

Konstruiere aus einem NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ einen DFA $D = (P(Q), \Sigma, \bar{\delta}, \{q_0\}, F_M)$ mit Zuständen aus $P(Q)$.

- $\bar{\delta} : P(Q) \times \Sigma \rightarrow P(Q)$

$$\bar{\delta}(S, a) := \bigcup_{q \in S} \delta(q, a)$$

- $F_M := \{S \subseteq Q \mid S \cap F \neq \emptyset\}$



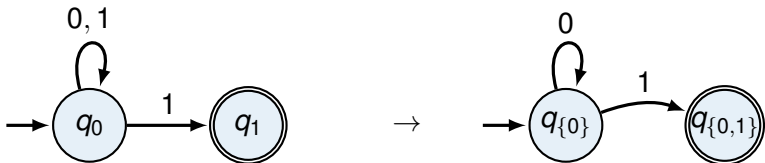
Idee (Potenzmengenkonstruktion)

Konstruiere aus einem NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ einen DFA $D = (P(Q), \Sigma, \bar{\delta}, \{q_0\}, F_M)$ mit Zuständen aus $P(Q)$.

- $\bar{\delta} : P(Q) \times \Sigma \rightarrow P(Q)$

$$\bar{\delta}(S, a) := \bigcup_{q \in S} \delta(q, a)$$

- $F_M := \{S \subseteq Q \mid S \cap F \neq \emptyset\}$



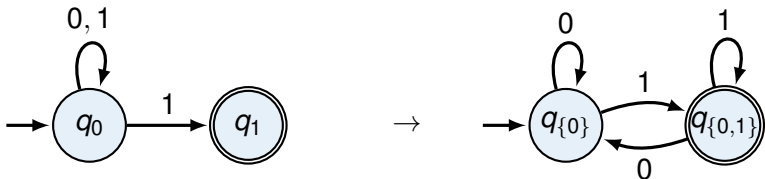
Idee (Potenzmengenkonstruktion)

Konstruiere aus einem NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ einen DFA $D = (P(Q), \Sigma, \bar{\delta}, \{q_0\}, F_M)$ mit Zuständen aus $P(Q)$.

- $\bar{\delta} : P(Q) \times \Sigma \rightarrow P(Q)$

$$\bar{\delta}(S, a) := \bigcup_{q \in S} \delta(q, a)$$

- $F_M := \{S \subseteq Q \mid S \cap F \neq \emptyset\}$



Satz

Sind $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, s_1, F_1)$ und $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, s_2, F_2)$ DFAs, dann ist der **Produkt-Automat**

$$M := (Q_1 \times Q_2, \Sigma, \delta, (s_1, s_2), F_1 \times F_2)$$
$$\delta((q_1, q_2), a) := (\delta_1(q_1, a), \delta_2(q_2, a))$$

ein DFA, der $L(M_1) \cap L(M_2)$ akzeptiert.