Übung 12: Mehr Graphentheorie

Diskrete Strukturen im Wintersemester 2013/2014

Markus Kaiser

20. Januar 2014

Definition (Gradfolge)

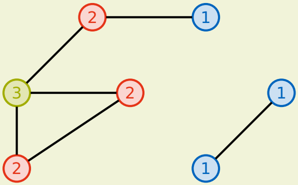
Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter einfacher Graph mit $|V| = n$.
Seine Gradfolge ist ein n-Tupel, das seine Grade enthält.

$$(\deg(v_1), \deg(v_2), \ldots, \deg(v_n))$$

Üblicherweise werden Gradfolgen aufsteigend sortiert.

Beispiel

- $|V| = 7$
- Gradfolge $(1, 1, 1, 2, 2, 2, 3)$



Definition (Teilgraph)

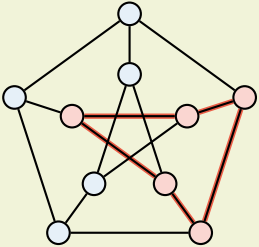
Seien $G = (V, E)$ und $G' = (V', E')$ Graphen.
Zu G heißt G'

Teilgraph	wenn $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$.
Induzierter Teilgraph	wenn $V' \subseteq V$ und $E' = \binom{V'}{2} \cap E$.

- Der induzierte Teilgraph ist der zu einer Knotenmenge kantenmaximale Teilgraph.

Beispiel

- Petersen-Graph G
- Induzierter Teilgraph G'

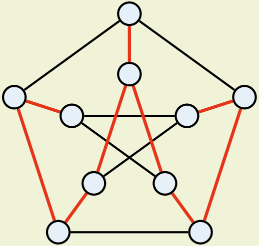


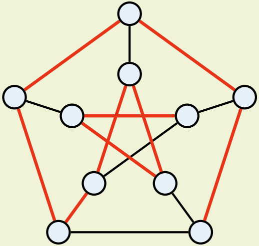
Definition (Spannbaum)

Ein Teilgraph $T' = (V', E')$ heißt Spannbaum von $G = (V, E)$ wenn T' ein Baum ist und $|V'| = |V|$ gilt.

- Spannbäume sind nicht eindeutig
- Jeder zusammenhängende Graph hat mindestens einen Spannbaum

Beispiel





Definition (Euler-Tour)

Eine Euler-Tour in einem Graphen ist ein Weg, der jede Kante genau einmal enthält und dessen Anfangs- und Endknoten identisch sind. Ein Graph, der eine Euler-Tour besitzt, heißt eulersch.

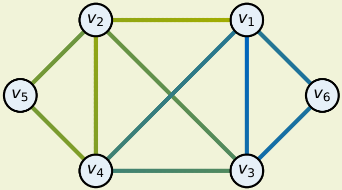
Satz (Euler)

Ein zusammenhängender Graph besitzt genau dann eine Euler-Tour, wenn alle Knoten des Graphen geraden Grad haben.

Beispiel

- Eulertour

$$(v_1, v_2, v_4, v_5, v_2, v_3,$$
$$v_4, v_1, v_6, v_3, v_1)$$



Definition (Gerichteter Graph)

Ein (einfacher) gerichteter Graph $G = (V, E)$ ist ein Zweitupel aus Knotenmenge V und Kantenmenge $E \subseteq V \times V$.
Dabei bezeichnet ein Tupel $(v_1, v_2) \in E$ eine Kante von v_1 nach v_2.

- Schleifen sind erlaubt
- Kanten in beide Richtungen sind erlaubt

Beispiel

$$G = (V, E)$$
$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$$
$$E = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,3), (3,2), (1,5), (4,1), (5,4), (6,7), (7,6)\}$$