Übung 2: Eindeutigkeit und Automaten

Theoretische Informatik Sommersemester 2014

Markus Kaiser

18. Juli 2014

Definition (kontextfreie Linksableitung)

Eine Ableitung

$$S \rightarrow^* xAz \rightarrow x\beta z \rightarrow^* w$$

heißt (kontextfreie) Linksableitung, wenn für jede Anwendung jeder Produktion $A \rightarrow \beta$ gilt, dass in x kein Nichtterminal vorkommt.

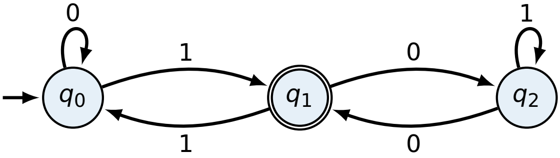
Definition (Eindeutigkeit)

- Eine Grammatik heißt eindeutig, wenn es für jedes Wort genau eine Linksableitung gibt.
- Eine Sprache heißt eindeutig, wenn es für sie eine eindeutige Grammatik gibt.

Definition (Deterministischer endlicher Automat)

Ein DFA ist ein Tupel $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ aus einer/einem

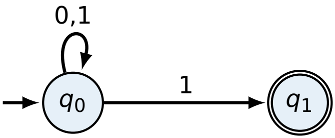
- endlichen Menge von Zuständen Q
- endlichen Eingabealphabet Σ
- totalen Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Sigma \to Q$
- Startzustand $q_0 \in Q$
- Menge von Endzuständen $F \subseteq Q$



Definition (Nicht-Deterministischer endlicher Automat)

Ein NFA ist ein Tupel $N = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$ mit

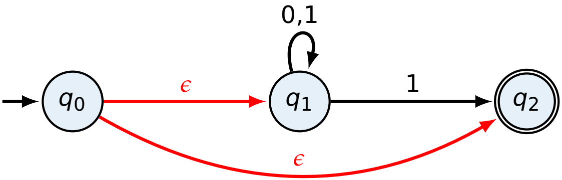
- Q, Σ, F wie ein DFA
- Menge von Startzuständen $S \subseteq Q$
- Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$



Definition (NFA mit ϵ-Übergängen)

Ein ϵ-NFA ist ein Tupel $N = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$ mit

- Q, Σ, F wie ein DFA
- Menge von Startzuständen $S \subseteq Q$
- Übergangsfunktion $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to \mathcal{P}(Q)$



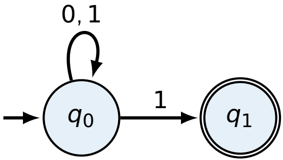
Potenzmengenkonstruktion

Konstruiere einen Automaten, der alle möglichen Pfade gleichzeitig berücksichtigt. Gegeben ein NFA $(Q, \Sigma, \delta, S, F)$, konstruiere einen DFA mit Zuständen aus $\mathcal{P}(Q)$.

- Starte in $\{S\}$
- Die Übergangsfunktion speichert alle möglichen Schritte

$$\begin{aligned} \overline{\delta} : \mathcal{P}(Q) \times \Sigma &\rightarrow \mathcal{P}(Q) \\ (M, a) &\mapsto \bigcup_{q \in M} \delta(q, a) \end{aligned}$$

- M ist Endzustand wenn $F \cap M \neq \emptyset$



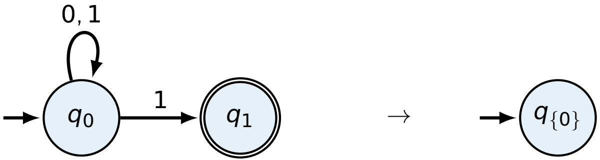
Potenzmengenkonstruktion

Konstruiere einen Automaten, der alle möglichen Pfade gleichzeitig berücksichtigt. Gegeben ein NFA $(Q, \Sigma, \delta, S, F)$, konstruiere einen DFA mit Zuständen aus $\mathcal{P}(Q)$.

- Starte in $\{S\}$
- Die Übergangsfunktion speichert alle möglichen Schritte

$$\begin{aligned} \overline{\delta} : \mathcal{P}(Q) \times \Sigma &\to \mathcal{P}(Q) \\ (M, a) &\mapsto \bigcup_{q \in M} \delta(q, a) \end{aligned}$$

- M ist Endzustand wenn $F \cap M \neq \emptyset$



NFA $\rightarrow$ DFA

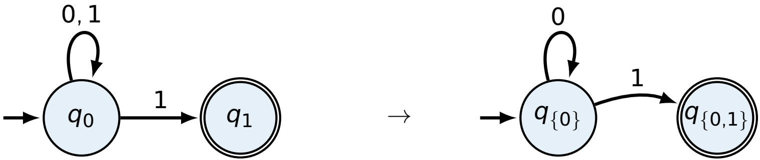
Potenzmengenkonstruktion

Konstruiere einen Automaten, der alle möglichen Pfade gleichzeitig berücksichtigt. Gegeben ein NFA $(Q, \Sigma, \delta, S, F)$, konstruiere einen DFA mit Zuständen aus $\mathcal{P}(Q)$.

- Starte in $\{S\}$
- Die Übergangsfunktion speichert alle möglichen Schritte

$$\bar{\delta} : \mathcal{P}(Q) \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(Q)$$
$$(M, a) \mapsto \bigcup_{q \in M} \delta(q, a)$$

- M ist Endzustand wenn $F \cap M \neq \emptyset$



Potenzmengenkonstruktion

Konstruiere einen Automaten, der alle möglichen Pfade gleichzeitig berücksichtigt. Gegeben ein NFA $(Q, \Sigma, \delta, S, F)$, konstruiere einen DFA mit Zuständen aus $\mathcal{P}(Q)$.

- Starte in $\{S\}$
- Die Übergangsfunktion speichert alle möglichen Schritte

$$\bar{\delta} : \mathcal{P}(Q) \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$$
$$(M, a) \mapsto \bigcup_{q \in M} \delta(q, a)$$

- M ist Endzustand wenn $F \cap M \neq \emptyset$