

# Übung 1: Sprachen und Grammatiken

## Theoretische Informatik Sommersemester 2014

Markus Kaiser

13. April 2014

## ■ Markus Kaiser

- Mail: [tutor@zfix.org](mailto:tutor@zfix.org)
- Web: [theo.zfix.org](http://theo.zfix.org)
- Hg: [tutor.zfix.org](http://tutor.zfix.org)

## ■ Meine Übungen

- Gruppe 04: Montag, 16:15 - 17:45, 03.09.012
- Gruppe 15: Donnerstag, 10:15 - 11:45, 00.08.038

## ■ Hausaufgaben

- Abgabe am Mittwoch, 10h
- Rückgabe in der Übung
- **Kein Notenbonus**
- Trotzdem machen!

## ■ Klausur

- Endterm: Do 24.07. 11-14h
- Wiederholung: Do 25.09. 11-14h

## Aus der VL

- Automatentheorie
  - Rechner mit endlichem oder kellerartigem Speicher
- Grammatiken
  - Syntax von Programmiersprachen
- Berechenbarkeitstheorie
  - Untersuchung der Grenzen, was Rechner prinzipiell können
- Komplexitätstheorie
  - Untersuchung der Grenzen, was Rechner mit begrenzten Ressourcen können

## Definition

- Ein **Alphabet**  $\Sigma$  ist eine endliche Menge.
- Ein **Wort** über  $\Sigma$  ist eine endliche Folge von Zeichen.
- Eine Teilmenge  $L \subseteq \Sigma^*$  ist eine **formale Sprache**

## Definition (Operationen auf Sprachen)

- $AB := \{uv \mid u \in A \wedge v \in B\}$
- $A^n := \{w_1 \dots w_n \mid w_1 \dots w_n \in A\}, \quad A^0 := \{\epsilon\}$
- $A^* := \bigcup_{n \in \mathbb{N}_0} A^n$

## Definition (Grammatik)

Eine (Phrasenstruktur-)Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  ist ein 4-Tupel:

$V$  endlich viele **Nichtterminale** (Variablen)

$\Sigma$  ein Alphabet von **Terminalen**

$P$  endlich viele **Produktionen**  $\subseteq (V \cup \Sigma)^* \times (V \cup \Sigma)^*$

$S$  ein **Startsymbol** (Axiom)

Ist  $(l, r) \in P$ , so schreibt man  $l \rightarrow r$ .

## Beispiel

$\Sigma = \{0, 1\}$ . Grammatik für alle Wörter ungerader Länge, bei denen alle Nullen vor der ersten Eins stehen und weniger Nullen als Einsen vorhanden sind.

## Definition (Grammatik)

Eine (Phrasenstruktur-)Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  ist ein 4-Tupel:

$V$  endlich viele **Nichtterminale** (Variablen)

$\Sigma$  ein Alphabet von **Terminalen**

$P$  endlich viele **Produktionen**  $\subseteq (V \cup \Sigma)^* \times (V \cup \Sigma)^*$

$S$  ein **Startsymbol** (Axiom)

Ist  $(l, r) \in P$ , so schreibt man  $l \rightarrow r$ .

## Beispiel

$\Sigma = \{0, 1\}$ . Grammatik für alle Wörter ungerader Länge, bei denen alle Nullen vor der ersten Eins stehen und weniger Nullen als Einsen vorhanden sind.

$$S \rightarrow 0S1 \mid S11 \mid 1$$

Sei  $G = (V, \Sigma, P, S)$  eine Grammatik und  $\alpha \rightarrow \beta \in P$  beliebig.

### Definition (Monotonie)

$G$  heißt (längen-)monoton, wenn für  $\alpha \neq S$  gilt

$$|\alpha| \leq |\beta|$$

und falls  $S \rightarrow \epsilon \in P$ , dann kommt  $S$  nie auf der rechten Seite vor.

### Definition (Chomsky-Typen)

Seien  $A \in V$ ,  $\gamma, \delta \in (V \cup \Sigma)^*$  und  $\beta' \in (V \cup \Sigma)^+$ .  
Damit  $G$  vom Typ  $k$  ist, muss für  $\alpha$  und  $\beta$  gelten

	$\alpha$	$\beta$
Typ 0	beliebig	beliebig
Typ 1	$= \gamma A \delta$	$= \gamma \beta' \delta$
Typ 2	$\in V$	beliebig
Typ 3	$\in V$	$\in \Sigma^+ \cup \Sigma^* V$

Ab Typ 1 muss  $G$  auch **monoton** sein.

Alle formalen Sprachen

Typ 0 - Rekursiv aufzählbar  
Grammatik

Typ 1 - Kontextsensitiv  
Längenmonotone Grammatik

Typ 2 - Kontextfrei  
Links nur ein Nichtterminal

Typ 3 - Regulär  
Links- / Rechtsreguläre Grammatik