

Übung 6: DPDAs und LR-Grammatiken

Theoretische Informatik Sommersemester 2014

Markus Kaiser

1. Juni 2014

Definition (Kellerautomat)

Ein PDA (Push-Down-Automat) ist ein Tupel $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ aus einer/einem

- Zustandsmenge Q , Eingabealphabet Σ , Kelleralphabet Γ
- Übergangsfunktion $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \rightarrow P(Q \times \Gamma^*)$
- Startzustand $q_0 \in Q$, Kellerinitialisierung $Z_0 \in \Gamma$
- Menge von Endzuständen $F \subseteq Q$

Definition (Deterministischer Kellerautomat)

Ein PDA heißt **deterministisch (DPDA)** wenn **für alle** Zustände $q \in Q$, Buchstaben $a \in \Sigma$ und Kellerbuchstaben $X \in \Gamma$ gilt

$$|\delta(q, a, Z)| + |\delta(q, \epsilon, Z)| \leq 1$$

Definition (Präfixbedingung)

Eine Sprache L erfüllt die **Präfixbedingung**, wenn kein Wort der Sprache echtes Präfix eines anderen Wortes der Sprache ist.

$$\forall w \in L \forall s \in \Sigma^+ . ws \notin L$$

Satz

*Deterministisch kontextfreie Sprachen werden genau dann von einem DPDA mit leerem Keller akzeptiert, wenn sie die **Präfixbedingung erfüllen**.*

Definition (Parsing)

Beim **Parsing** wird einem Wort ein Ableitungsbaum in einer Grammatik zugeordnet, indem **bottom-up** die Produktionen (**Reduktionen**) **rückwärts** angewandt werden.

Es wird immer die linkestmögliche Reduktion angewandt.

Definition (Lookahead)

Ein **Lookahead** der Länge k legt fest, dass eine Reduktion nur dann angewandt werden darf, wenn die folgenden k Zeichen im Wort mit dem Lookahead übereinstimmen.

Beispiel

$$S \rightarrow Ac \mid Bbc$$

$$A \rightarrow ab$$

$$B \rightarrow a$$

Produktion	Lookahead
$A \rightarrow ab$	c
$B \rightarrow a$	d

Gegeben das Wort **abc**.

Dann darf $B \rightarrow A$ nicht angewandt werden, $A \rightarrow ab$ jedoch schon.

Definition LR(k)-Grammatik)

Eine CFG ist eine **LR(k)-Grammatik**, wenn Lookaheads der Länge k genügen, um jedem Wort eine eindeutige Ableitung zuzuordnen.

Satz

Die LR(0)-Grammatiken sind eine **echte Teilmenge** der LR(1)-Grammatiken. Diese entsprechen genau den **deterministisch kontextfreien Sprachen**.

$$LR(0) \subset LR(1) = LR(k \geq 1) = DCFL$$