

# Übung 7: DPDAs und LR-Grammatiken

## Theoretische Informatik Sommersemester 2014

Markus Kaiser

5. Juni 2014

### Definition (Kellerautomat)

Ein PDA (Push-Down-Automat) ist ein Tupel  $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$  aus einer/einem

- Zustandsmenge  $Q$ , Eingabealphabet  $\Sigma$ , Kelleralphabet  $\Gamma$
- Übergangsfunktion  $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \rightarrow P(Q \times \Gamma^*)$
- Startzustand  $q_0 \in Q$ , Kellerinitialisierung  $Z_0 \in \Gamma$
- Menge von Endzuständen  $F \subseteq Q$

### Definition (Deterministischer Kellerautomat)

Ein PDA heißt **deterministisch (DPDA)** wenn **für alle** Zustände  $q \in Q$ , Buchstaben  $a \in \Sigma$  und Kellerbuchstaben  $X \in \Gamma$  gilt

$$|\delta(q, a, Z)| + |\delta(q, \epsilon, Z)| \leq 1$$

## Definition (Präfixbedingung)

Eine Sprache  $L$  erfüllt die **Präfixbedingung**, wenn kein Wort der Sprache echtes Präfix eines anderen Wortes der Sprache ist.

$$\forall w \in L \forall s \in \Sigma^+ . ws \notin L$$

## Satz

*Deterministisch kontextfreie Sprachen werden genau dann von einem DPDA mit leerem Keller akzeptiert, wenn sie die **Präfixbedingung erfüllen**.*

## Definition (Parsing)

Beim **Parsing** wird einem Wort ein Ableitungsbaum in einer Grammatik zugeordnet, indem **bottom-up** die Produktionen (**Reduktionen**) **rückwärts** angewandt werden.

Es wird immer die linkestmögliche Reduktion angewandt.

## Definition (Lookahead)

Ein **Lookahead** der Länge  $k$  legt fest, dass eine Reduktion nur dann angewandt werden darf, wenn die folgenden  $k$  Zeichen im Wort mit dem Lookahead übereinstimmen.

## Beispiel

$$S \rightarrow Ac \mid Bbc$$

$$A \rightarrow ab$$

$$B \rightarrow a$$

Produktion	Lookahead
$A \rightarrow ab$	$c$
$B \rightarrow a$	$d$

Gegeben das Wort **abc**.

Dann darf  $B \rightarrow A$  nicht angewandt werden,  $A \rightarrow ab$  jedoch schon.

### Definition LR( $k$ )-Grammatik)

Eine CFG ist eine **LR( $k$ )-Grammatik**, wenn Lookaheads der Länge  $k$  genügen, um jedem Wort eine eindeutige Ableitung zuzuordnen.

### Satz

Die LR(0)-Grammatiken sind eine *echte Teilmenge* der LR(1)-Grammatiken. Diese entsprechen genau den *deterministisch kontextfreien Sprachen*.

$$LR(0) \subset LR(1) = LR(k \geq 1) = DCFL$$